

ИНФОРМАЦИОННАЯ СКОРОСТЬ ТРЕХСОСТАВНОГО ШИРОКОВЕЩАТЕЛЬНОГО КАНАЛА СВЯЗИ

Синюк А.Д.¹, Остроумов О.А.²

Цель исследования заключается в оценке информационной эффективности модели трехсоставного широковещательного канала связи посредством введения показателя информационной скорости передачи сообщений.

Методы: введение новой в теории информации информационной меры общей информации широковещательного канала с тремя составляющими и исследование свойств предлагаемой меры.

Результаты: предложена и исследована модель широковещательного канала, включающего три составляющих канала связи. Терминологически определяется новая информационная мера исследуемой модели широковещательного канала, названная как общая информация, которая представлена случайной величиной на объединенном ансамбле четырех сообщений на входе и выходах канала. Доказательно исследованы свойства введенной информационной меры. Посредством новой терминологии определена информационная скорость канала, которая использована в качестве показателя информационной эффективности, показывающей максимальную оценку средней общей информации, приходящейся на один переданный символ по широковещательному каналу независимо от длины передаваемого сообщения и закона распределения вероятностей на входе канала. Выполнена оценка информационного показателя графоаналитическим методом. Произведен анализ оценок и условий максимизации информационной скорости. Показаны связующие условия полученных результатов с известными исследованиями различных моделей широковещательных каналов связи.

Практическая значимость: представленные результаты могут быть полезны специалистам для оценки потенциальных возможностей по передаче информации, синтезируемой высокоэффективными телекоммуникационными системами, включающих широковещательные каналы связи.

Обсуждение: результаты статьи углубляют и расширяют известные оценки различных широковещательных каналов связи. Дальнейшие исследования связаны с доказательной теоретико-информационной оценкой эффективности представленной модели широковещательного канала связи.

Ключевые слова: энтропия; взаимная информация; совместная информация; информационная мера общей информации трехсоставного широковещательного канала связи; информационная скорость передачи информации; информационная эффективность.

DOI: 10.21681/2311-3456-2023-3-78-89

Введение

Основная теоретико-информационная задача при исследовании широковещательных каналов связи (ШВК) заключается в оценке его информационной эффективности, которая не решена для произвольной модели ШВК и известны решения лишь для некоторых частных подклассов ШВК, определяющие в основном граничные значения эффективности [1-7]. Малая освещенность в научной литературе известных точных оценок эффективности существенно затрудняет ре-

шение исследовательских задач анализа и синтеза систем связи и актуализирует тематику статьи.

В работе представлена разработанная модель трехсоставного ШВК и выполнено в его рамках исследование передачи информации. Использование известных информационных мер (ИМ) взаимной [8, 9] и совместной информации [10, 11, 12] не приемлемо в силу наличия в исследуемой модели ШВК трех составляющих каналов связи. Потому в процессе иссле-

1 Синюк Александр Демьянович, доктор технических наук, доцент, Военная орденов Жукова и Ленина Краснознаменной академии связи им. Маршала Советского союза С. М. Буденного, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: eentrop@rambler.ru. ORCID 0000-0003-0608-4359.

2 Остроумов Олег Александрович, кандидат технических наук, Военная орденов Жукова и Ленина Краснознаменной академии связи им. Маршала Советского союза С. М. Буденного, Санкт-Петербург, Россия. E-mail: oleg-26stav@mail.ru. ORCID 0000-0003-1674-6248

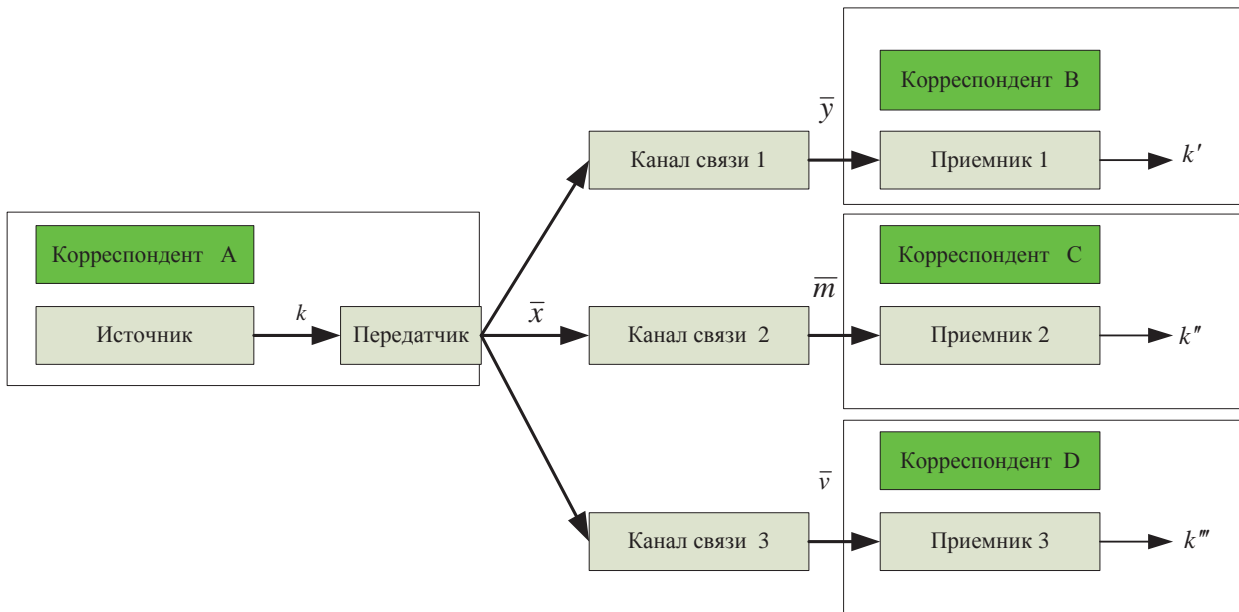


Рис. 1 Модель трехсоставного широковещательного канала связи

дования на основе известного метода соответствия теоретико-информационных тождеств с их эквивалентами из теории множеств [9, 10, 13] введена новая ИМ общей информации, позволяющая адекватно рассматривать процесс передачи сообщения в предлагаемой модели ШВК. Произведено исследование некоторых свойств введенной меры. Новая ИМ определена в качестве частной и средней общей информации между входным и тремя выходными ансамблями ШВК. Терминология общей информации позволила ввести определение информационной скорости передачи в исследуемой модели канала и предлагается к использованию в основе синтеза показателя информационной эффективности.

Генеральная цель, связанная с получением точных оценок эффективности передачи общей информации достигается путем оценки предлагаемого показателя эффективности функционирования широковещательного канала. Определены граничные условия, связывающие полученные результаты с более ранними исследованиями ШВК.

Полученные результаты углубляют известные исследования эффективности различных моделей, к которым можно отнести оценки Релеевских [14-16], Гауссовских [17-19], ухудшающихся [20-22] и квантовых [23, 24] ШВК и могут быть рекомендованы исследователям и проектировщикам в целях оценки потенциальных возможностей по информационному обмену синтезируемых систем связи, включающих ШВК.

Основная часть

Модель трехсоставного дискретного широковещательного канала связи

Рассмотрим следующую ситуацию передачи информации по каналу связи (см. рис. 1). Имеется один передатчик у корреспондента связи А и три независимо работающих приемника у корреспондентов связи В, С и D, на входы которых поступают выходные сигналы разных каналов.

На передатчик могут поступать сообщения k от источника UO (у корреспондента связи (КС) А), которые он должен передать приемникам 1, 2 и 3 (КС В, С, и D, соответственно). С выхода приемника 1 поступает для КС В принятое сообщение k' . С выхода приемника 2 поступает для КС С принятое сообщение k'' . С выхода приемника 3 поступает для КС D принятое сообщение k''' . Такую ситуацию передачи информации назовем передачей общей информации по ШВК [25].

Пусть источник информации КС А описывается моделью дискретного источника без памяти [26]. Алфавит источника задается ансамблем $\{X, p(x)\}$, где X – множество, состоящее из t букв (символов), $X = \{0, 1, \dots, t-1\}$, $x \in X$. Источник в каждую единицу времени независимо выбирает j -ю букву из алфавита, где $j = 0, 1, \dots, t$, с некоторым законом распределения вероятностей $p(x_j)$ [11, 26]. Пусть задано достаточно большое n . Источник генерирует сообщение \bar{x} , представляющее собой последовательность букв источни-

ка длиной n , причем $\bar{x} \in X^n$, где X^n - n -я декартова степень множества X . Алфавит источника является входным алфавитом трехсоставного ШВК (ТШВК).

Передача сигналов по ТШВК определяется тремя дискретными каналами с общим входным алфавитом (ансамблем) X , выходными алфавитами Y, M и V . Кроме этого заданы матрицы переходных вероятностей $P_1 = \{p(y/x)\}, P_2 = \{p(m/x)\}, P_3 = \{p(v/x)\}, x \in X, y \in Y, m \in M, v \in V$.

Рассмотрим дискретный ТШВК для которого алфавиты (множества) X, Y, M и V конечны и одинаковы ($Y = \{0, 1, \dots, t-1\}, M = \{0, 1, \dots, t-1\}, V = \{0, 1, \dots, t-1\}$). Для любых последовательностей $\bar{x} \in X^n, \bar{y} \in Y^n, \bar{m} \in M^n, \bar{v} \in V^n$ каждая буква выходной последовательности зависит только от соответствующей буквы входной последовательности \bar{x} , где X^n, Y^n, M^n, V^n - n -я декартова степень множеств X, Y и M соответственно. Выходные последовательности связаны с входной выражениями:

$$\begin{aligned} p(\bar{y}/\bar{x}) &= \prod_{i=1}^n p(y^{(i)}/x^{(i)}), \\ p(\bar{m}/\bar{x}) &= \prod_{i=1}^n p(m^{(i)}/x^{(i)}), \\ p(\bar{v}/\bar{x}) &= \prod_{i=1}^n p(v^{(i)}/x^{(i)}), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x^{(i)}, y^{(i)}, m^{(i)}, v^{(i)}$ - i -й элемент последовательности $\bar{x}, \bar{y}, \bar{m}, \bar{v}$, соответственно.

В представленном трехсоставном ШВК $\{X, Y, M, V; p(y/x), p(m/x), p(v/x)\}$ каналы первый $\{X, Y; p(y/x)\}$, второй $\{X, M; p(m/x)\}$ и третий $\{X, V; p(v/x)\}$ являются независимыми составляющими каналами связи [10, 25], описываются моделями дискретных симметричных каналов (ДСК) без памяти [10, 27], для которых выполняется условие, когда каждый выходной символ ТШВК зависит только от соответствующего входного символа (т.е. выход первого составляющего канала (СК) зависит только от его входа, выход второго СК зависит от его входа и выход третьего СК зависит от его входа):

$$p(y, m, v/x) = p(y/x) \times p(m/x) \times p(v/x). \quad (2)$$

В ходе дальнейших исследований будем учитывать стационарность ДСК составляющих каналов ТШВК [10, 27] (независимость переходных вероятностей СК в (1) от момента времени i).

Вышеописанная модель ТШВК $\{X, Y, M, V; p(y/x), p(m/x), p(v/x)\}$ кроме включения трех СК, дополнительно может быть декомпозирована на три двусоставные ШВК (ДШВК) [9, 10]: первый ДШВК $\{X, Y, M;$

$p(y/x), p(m/x)\}$, второй ДШВК $\{X, Y, V; p(y/x), p(v/x)\}$ и третий ДШВК $\{X, M, V; p(m/x), p(v/x)\}$.

Информационная мера общей информации трехсоставного дискретного широковещательного канала связи

Определим общую информацию (ОИ) между четырьмя сообщениями из заданных входного ансамбля ТШВК X и трех выходных ансамблей ТШВК Y, M и V .

Для дальнейшего анализа применим известный метод соответствия между формальными тождествами случайных величин, описывающих информационными мерами (ИМ) и тождествами, справедливым для произвольной аддитивной функции множеств μ [10, 13, 26, 27]. Согласно методу ИМ может быть представлена формальным тождеством случайных величин (СВ). Существует соответствие между СВ (ИМ) и ее эквивалентом, справедливым для произвольной аддитивной функции множеств μ . Для этого следует заменить СВ ансамблем алфавитов (сообщений) X, Y, M и V множествами AA, BB, CC и DD, соответственно. Затем поставить в соответствие (заменить) символам ИМ («,»; «/»; «;») символы функции множеств μ (« \cup » – объединение множеств; « \setminus » – разность множеств; « \cap » – пересечение множеств) по правилу: «,» \leftrightarrow « \cup » или (и) «/» \leftrightarrow « \setminus » или (и) «;» \leftrightarrow « \cap ». Тогда любой ИМ будет соответствовать некоторое теоретико-множественное выражение. Подставляя теоретико-множественные выражения в качестве аргументов μ , можно сопоставить каждой информационной величине действительную функцию от множеств, т.е. устанавливаются следующие соответствия:

$H(X) \leftrightarrow \mu(A)$; $H(Y) \leftrightarrow \mu(B)$; $H(M) \leftrightarrow \mu(C)$; $H(V) \leftrightarrow \mu(D)$; $H(X, Y) \leftrightarrow \mu(A \cup B)$; $H(X/Y) \leftrightarrow \mu(A \setminus B)$, где $H(X)$ – энтропия X [12, 25, 28]; $H(Y)$ – энтропия Y ; $H(M)$ – энтропия M ; $H(V)$ – энтропия V ; $H(X, Y)$ – энтропия совокупности ансамблей X и Y ; $H(X/Y)$ – условная энтропия X при известном Y [25, 28]. Согласно применяемому методу, линейное уравнение ИМ – тождество, при этом соответствующее уравнение для аддитивных функций множеств также является тождеством. Известным теоретико-информационным тождествам, таким как взаимная информация канала связи: $I(X; Y) = H(X) - H(X/Y)$ [8, 9], условная взаимная информация ставятся в соответствие следующие теоретико-множественные тождества-аналоги: $\mu(AA \cap BB) = \mu(AA) - \mu(AA \setminus BB)$, $\mu((AA \cap BB) \setminus CC) = \mu(AA \setminus CC) - \mu(AA \setminus (B \cup C))$, где $I(X; Y)$ – взаимная информация X

и Y [10, 23]; $I(X; Y/M)$ – условная взаимная информация X и Y при известном M ; $H(X/M)$ – условная энтропия X при известном M ; $H(X/Y, M)$ – условная энтропия X при известных Y и M . Пользуясь этими и подобными соответствиями, можно преобразовать линейные уравнения для ИМ в соответствующие им аналоги линейных уравнений для функций от множеств и, в обратном направлении линейные уравнения для функций множеств – в линейные уравнения аналогов энтропии [25, 28].

Для ДШВК с двумя составляющими каналами введена в [10-12, 29] ИМ совместной информации (СИ), определяющая информацию между тремя сообщениями из заданных входного ансамбля ДШВК X и двух выходных ансамблей ДШВК Y, M . Эта ИМ обозначена символом $F(Y; M; X)$. В теоретико-множественном представлении СИ посредством аддитивных функций множеств μ определена следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu((AA \cap BB \cap CC)) &= \\ &= \mu(AA \cap BB) - \mu((AA \cap BB) \setminus CC). \end{aligned} \quad (3)$$

Тожеству (3) в [10, 11, 25] определена соответствующая ИМ СИ $F(Y; M; X)$:

$$F(X; Y; M) = I(X; Y) - I(X; Y/M). \quad (4)$$

Теоретико-множественное представление передачи символа источника по трехсоставному широкополосному каналу (описанному выше) в виде совокупности пересекающихся множеств показано на рис. 2.

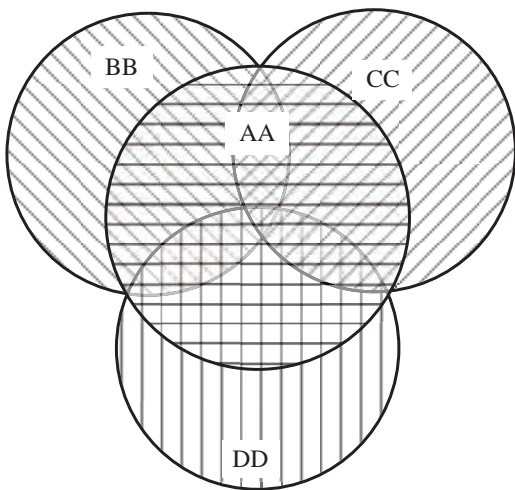


Рис. 2. Теоретико-множественное представление передачи символа источника по трехсоставному широкополосному каналу

С использованием вышеупомянутого метода одновременную передачу одного символа по трехсоставному ТШВК или(и) трем ДШВК с двумя составля-

ющими каналами или(и) трем СК можно представить в виде совокупности пересекающихся множеств. Учет условий независимости СК трехсоставного ТШВК в выражениях (1) и (2) позволяет записать, что $I(Y; M/X) = I(Y; V/X) = I(M; V/X) = 0$. Это обстоятельство учтено на рисунке теоретико-множественного представления передачи символа источника по трехсоставному широкополосному каналу.

Из анализа рис. 2 видно, что область, выделенная четверной штриховкой, принадлежит множествам AA, BB, CC и DD. Обозначим ее множеством Q . Тогда

$$\begin{aligned} \mu(Q) &= \mu(A \cap B \cap C \cap D) = \\ &= \mu(A \cap B \cap C) - \mu((A \cap B \cap C) \setminus D). \end{aligned} \quad (5)$$

Методом соответствия между формальными тождествами случайных величин, описывающих информационными мерами и тождествами, справедливым для произвольной аддитивной функции множеств с учетом (3) и (4) введем новую ИМ – общую информацию (ОИ) трехсоставного широкополосного канала. ИМ, соответствующая (5), описывается выражением:

$$F(x; y; m) - F(x; y; m/v). \quad (6)$$

Определим разность (6) в качестве ОИ ТШВК и обозначим $W(x; y; m; v)$. Тогда

$$\mu(Q) \leftrightarrow W(x; y; m; v), \quad (7)$$

выполняя обратное преобразование согласно (3) – (5), учитывая свойства СИ [10, 11, 25] и выполняя анализ рис. 2 получим

$$\begin{aligned} W(x; y; m; v) &= F(x; y; m) - F(x; y; m/v) = \\ &= F(x; y; v) - F(x; y; v/m) = \\ &= F(x; m; v) - F(x; m; v/y). \end{aligned} \quad (8)$$

Выражение (8) выполняется для любых $m \in M$, $y \in Y$, $v \in V$ и $x \in X$ таких, что $p(v) \neq 0$, $p(m) \neq 0$, $p(y) \neq 0$ и $p(x) \neq 0$, то есть одновременное количество ОИ в сообщении x о сообщениях v, y и m равно количеству ОИ в y о сообщениях x, v и m и равно количеству ОИ в m о сообщениях x, v и y . Количество ОИ – симметрическая функция четверки сообщений. Поэтому назовем $W(x; y; m; v)$ количеством ОИ сообщений x, m, v и y . Формуле (8) можно придать симметричную форму:

$$\begin{aligned} W(x; y; m; v) &= \\ &= \log \left(\frac{p(x/y)p(x/m)p(x/v)p(x/y, m, v)}{p(x)p(x/y, m)p(x/y, v)p(x/m, v)} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Введем термин частного количества общей информации.

Определение 1. Количеством общей информации в сообщении $x \in X$ о сообщениях $y \in Y, v \in V$ и $m \in M$ называется величина

$$W(x; y; m; v) = F(x; y; m) - F(x; y; m/v) = \log \left(\frac{p(x/y)p(x/m)p(x/v)p(x/y, m, v)}{p(x)p(x/y, m)p(x/y, v)p(x/m, v)} \right), \quad (10)$$

где $F(\bullet; \bullet; \bullet)$ – количество СИ в сообщении определенное согласно (4) и $F(\bullet; \bullet; \bullet/v)$ – условное количество СИ в сообщении [10, 11, 25].

Замечание. Частное количество информации $W(x; y; m; v)$ может принимать в обобщенном случае различные по знаку и величине значения (т.е. не только для постановки задачи для ТШВК, но может быть не определена для некоторых четверок сообщений. Неопределенность появляется, либо когда под знаком логарифма в (10) оказывается выражение вида 0/0, либо когда условная вероятность не определена. Нетрудно видеть, что неопределенности не возникает, если для четверки $(x, y, m, v) \in XYMV$ выполнены условия $p(v) \neq 0, p(m) \neq 0, p(y) \neq 0$ и $p(x) \neq 0$. Неопределенность можно устранить, либо произвольным образом доопределив количество информации, либо исключив из рассмотрения сообщения, вероятности которых равны нулю. Кроме этого, мера $W(x; y; m; v)$ в (10) может быть определена и другими способами, т.к. по-другому могут быть определены количество информации в сообщении и условное количество информации в сообщении.

Так как для любых $v \in V, m \in M, y \in Y$ и $x \in X$ таких, что $p(v) \neq 0, p(m) \neq 0, p(y) \neq 0$ и $p(x) \neq 0$, имеют места равенства

$$W(x; y; m; v) = F(x; y; m) - F(x; y; m/v) = F(x; y; v) - F(x; y; v/m) = F(x; m; v) - F(x; m; v/y). \quad (11)$$

т. е. количество одинаковой информации (ОИ) в сообщении x о сообщениях v, y и m равно количеству одинаковой информации в сообщении y о сообщениях x, v и m и равно количеству информации в сообщении m о сообщениях x, v и y . Это замечание показывает, что это количество информации есть симметрическая функция четверки сообщений. Поэтому величину $W(x; y; m; v)$ назовем количеством общей информации между сообщениями x, m, v и y или просто общей информацией между этими сообщениями.

Общую информацию можно рассматривать как СВ на ансамбле и вводить для нее различные числовые

характеристики, в частности, математическое ожидание. Пусть задан ансамбль $\{XYMV, p(x; y; m; v)\}$. Величину $W(x; y; m; v)$ представим как функцию, отображающую элементы $XYMV$ на числовую ось. Определим среднее количество ОИ.

Определение 2. Математическое ожидание СВ $W(x; y; m; v)$ на ансамбле $\{XYMV, p(x; y; m; v)\}$ называется средним количеством ОИ ансамблей $\{X, p(x)\}, \{Y, p(y)\}, \{M, p(m)\}, \{V, p(v)\}$ и обозначается $W(X; Y; M; V)$:

$$W(X; Y; M; V) = MW(x; y; m; v) = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} \sum_{m \in M} \sum_{v \in V} p(x, y, m, v) \times \log \left(\frac{p(x/y)p(x/m)p(x/v)p(x/y, m, v)}{p(x)p(x/y, m)p(x/y, v)p(x/m, v)} \right) = F(X; Y; M) - F(X; Y; M/V) = F(X; Y; V) - F(X; Y; V/M) = F(X; V; M) - F(X; V; M/Y), \quad (12)$$

где M – символ для обозначения математического ожидания.

Замечание. $W(X; Y; M; V)$ может быть не определена для некоторых четверок сообщений. Неопределенность появляется либо когда под знаком логарифма в (12) оказывается выражение вида 0/0, либо когда условная вероятность не определена. Нетрудно видеть, что неопределенности не возникает, если для четверки $(x, y, m, v) \in XYMV$ выполнены условия $p(m) \neq 0, p(y) \neq 0, p(v) \neq 0, p(m, y) \neq 0, p(y, v) \neq 0, p(v, m) \neq 0, p(y, m, v) \neq 0$ и $p(x) \neq 0$. Неопределенность можно устранить либо произвольным образом доопределив количество информации, либо исключив из рассмотрения сообщения, вероятности событий которые равны нулю.

Исследуем $W(X; Y; M; V)$. Воспользуемся леммой о не превосходстве условной совместной информации над безусловной совместной информацией [9]. Для модели ТШВК рассмотрим совместную информацию $F(Y; M; (X, V))$. Используя свойство аддитивности совместной информации [25] запишем

$$F(Y; M; (X, V)) = F(Y; M; X) + F(Y; M; V/X) = F(Y; M; V) + F(Y; M; X/V). \quad (13)$$

Для модели ТШВК с независимыми составляющими совместная информация $F(Y; M; V/X) = 0$. Тогда, используя свойство перестановки СИ [25] и вы-

нося $F(Y; M; X/V)$ в левую часть (13), перепишем последнее равенство

$$F(X; Y; M) - F(X; Y; M/V) = F(Y; M; V). \quad (14)$$

Проанализируем (14). В правой части определена $F(Y; M; V)$ — средняя совместная информация трех ансамблей на выходах составляющих ТШВК, которые описываются моделями независимых ДСК. Обратим внимание на левую часть равенства (14). Она представляет собой разность средней совместной информации и условной средней совместной информации. Тогда СИ $F(Y; M; V)$ можно интерпретировать как среднюю ОИ ТШВК.

Свойства общей информации

Рассмотрим некоторые свойства средней ОИ $W(X; Y; M; V)$ между ансамблями X, Y, M и V .

Утверждение 1. Для модели трехсоставного ШВК выполняется следующее равенство:

$$\begin{aligned} W(X; Y; M; V) &= I(Y; M) - I(Y; M/V) = \\ &= I(Y; V) - I(Y; V/M) = I(V; M) - I(V; M/Y). \end{aligned} \quad (15)$$

Доказательство.

Модель канала трехсоставного ШВК включает в себя три двухсоставных ШВК поэтому используя определение СИ в (4) перепишем выражение (12) и получим (15). Утверждение доказано.

Утверждение 2. Для модели трехсоставного ШВК выполняется следующее равенство:

$$\begin{aligned} \min[F(X; Y; M) \ F(X; Y; V) \ F(X; V; M)] &\geq \\ &\geq W(X; Y; M; V) \geq 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Доказательство.

Верхняя граница $W(X; Y; M; V)$ определяется из (14), причем $W(X; Y; M; V) = F(X; Y; M)$ в случае отсутствия ошибок в третьем СК в направлении КС А \rightarrow КС D. ОИ $W(X; Y; M; V) = F(X; Y; V)$ в случае отсутствия ошибок в втором СК в направлении КС А \rightarrow КС С, а $W(X; Y; M; V) = F(X; V; M)$ в случае отсутствия ошибок в первом СК в направлении КС А \rightarrow КС В (см. рис. 1).

Нижняя граница $W(X; Y; M; V)$ вытекает из анализа (12), (15) в условиях, когда имеет место парная, тройственная или полная статистическая независимость ансамблей X, Y, M, V . Утверждение доказано.

Определение информационной скорости передачи трехсоставного ШВК

Рассмотрим процесс передачи последовательностей по трехсоставному ШВК. Пусть зада-

но распределение вероятностей $p(\bar{x})$ на входных последовательностях канала $\bar{x} \in X^n$. Это распределение совместно с условными вероятностями, посредством которых задается канал $\{X^n Y^n M^n V^n, p(\bar{y}/\bar{x}), p(\bar{m}/\bar{x}), p(\bar{v}/\bar{x})\}$, где $\bar{y} \in V^n$, $\bar{y} \in Y^n$ и $\bar{m} \in M^n$, определяет ансамбль $\{X^n Y^n M^n V^n, p(\bar{y}/\bar{x}), p(\bar{m}/\bar{x}), p(\bar{v}/\bar{x}), p(\bar{x})\}$. Пусть $W(X^n; Y^n; M^n; V^n)$ — средняя ОИ между последовательностями длины n на входе и выходе канала ТШВК.

Определение 3. Информационная скорость передачи ОИ трехсоставного ШВК C^* представляет собой максимальное значение средней ОИ приходящееся на один переданный канальный символ (одно использование канала)

$$C^* = \max_{n, \{p(\bar{x})\}} \frac{1}{n} W(X^n; Y^n; M^n; V^n), \quad (17)$$

где максимальное значение берется по всем n и всевозможным распределениям вероятностей $p(\bar{x})$ на входных последовательностях канала $\bar{x} \in X^n$ длины n .

Далее покажем, что в случае трехсоставного ШВК формула (17), по которой вычисляется информационная скорость (ИС) передачи информации, может быть упрощена, а именно: можно опустить максимизацию по n и всегда полагать, что $n = 1$.

Ансамбли X^n, Y^n, V^n и M^n последовательностей сообщений на входе и выходе канала можно представить как произведение ансамблей X_1, \dots, X_n и $Y_1, \dots, Y_n, M_1, \dots, M_n, V_1, \dots, V_n$ (или произведение совместных ансамблей $X_1 Y_1 M_1 V_1, \dots, X_n Y_n M_n V_n$) соответственно, где X_i, Y_i, M_i, V_i — ансамбли входного и выходных символов канала в момент времени i . Конечно, множества входных и выходных символов в каждый момент времени — это множества X и Y, M, V (или совместное множество $X Y M V$). Пусть $W(X_i; Y_i; M_i; V_i)$ — средняя общая информация между ансамблями X_i, Y_i, M_i, V_i в момент времени i , определяемая переходными вероятностями составляющих каналов ТШВК в соответствии с (1) и распределением вероятностей $p(x^{(i)})$ на входе в момент времени i . Тогда можно записать, что:

$$W(X^n; Y^n; M^n; V^n) = \sum_{i=1}^n W(X_i; Y_i; M_i; V_i). \quad (18)$$

Верхняя граница для $W(X^n; Y^n; M^n; V^n)$ в условиях независимости СК ТШВК и произвольного входного распределения $p(\bar{x})$, $\bar{x} \in X^n$ для (18) задается неравенством:

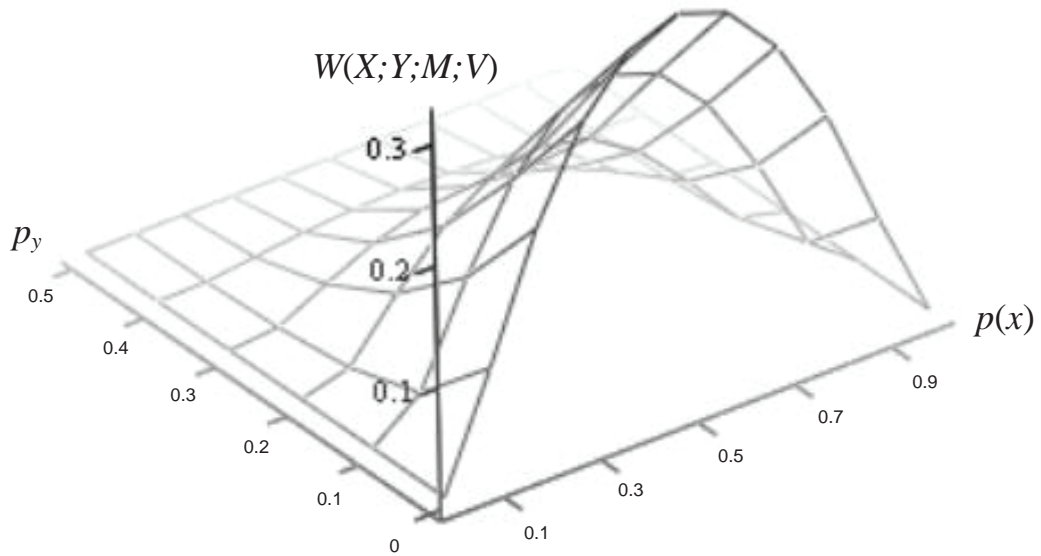


Рис. 3. График зависимости $W(X;Y;M;V)$ модели ДТШВК от $p(x)$ и p_y при фиксированных $p_m = 0,1$, $p_v = 0,1$

$$W(X^n; Y^n; M^n; V^n) \leq \sum_{i=1}^n \max_{\{p(x^{(i)})\}} W(X_i; Y_i; M_i; V_i). \quad (19)$$

В силу стационарности составляющих каналов ТШВК (независимости переходных вероятностей от i) для правой части (19) запишем:

$$\sum_{i=1}^n \max_{\{p(x^{(i)})\}} W(X_i; Y_i; M_i; V_i) = n \times \max_{\{p(x)\}} W(X; Y; M; V). \quad (20)$$

Таким образом, показано, что для произвольного распределения вероятностей $p(\bar{x})$ на входе ТШВК имеет место неравенство (19). Равенство в (19) может быть достигнуто при условии:

$$p(\bar{x}) = \prod_{i=1}^n p(x^{(i)}),$$

т. е. когда входные символы ТШВК статистически независимы. Отсюда следует, что

$$C^* = \max_{\{p(x)\}} W(X; Y; M; V). \quad (21)$$

Оценка информационной скорости трехсоставного ШВК

Дальнейшее исследование связано с поиском закона распределения вероятностей входных символов для окончательной оценки информационной скорости ТШВК C^* с использованием графо-аналитического метода.

Исследуем зависимость средней ОИ $W(X; Y; M; V)$ от закона распределения вероятностей $p(x)$ на входе двоичного трехсоставного ТШВК ($t = 2$). Пусть составляющие каналы двоичного трехсоставного ШВК (ДТШВК) описываются моделями двоичных ДСК [25, 27, 28], причем p_y, p_m, p_v - вероятности ошибок в первом, втором и третьем составляющих ДСК каналах, соответственно.

На рис. 3 показан график зависимости $W(X; Y; M; V)$ от изменения вероятностей $p(x) \in [0; 1]$ и $p_y \in [0; 0,5]$ при фиксированных вероятностях $p_m = 0,1, p_v = 0,1$ для модели ДТШВК. Из анализа рисунка видно, что $W(X; Y; M; V)$ достигает своего максимума при $p(x=0) = p(x=1) = 0,5$, а минимума при $p_y = 0,5$. Если $p_m = 0$, тогда в силу утверждения 1 (выражение (15)) $W(X; Y; M; V) = I(X; V)$, если же дополнительно определить, что $p_v = 0$, тогда $W(X; Y; M; V) = H(X)$ [25, 28]. График напоминает «половину седла для езды на лошади». Подобный вид имеет график зависимости средней совместной информации от входного распределения [10, 11, 25], а также и для средней взаимной информации [9, 28]. Схожесть объясняется тем, что и $W(X; Y; M; V)$ и средняя совместная информация для трех КС являются производными от средней взаимной информации [25]. В силу симметрии можно показать, что такой же характер зависимости будет иметь график зависимости $W(X; Y; M; V)$ от $p(x)$ и p_m при различных фиксированных значениях p_y, p_v и график зависи-

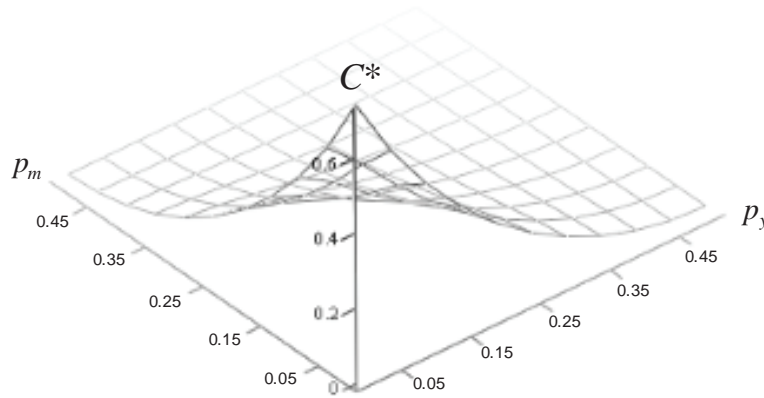


Рис. 4. График зависимости C^* от P_y и P_m при фиксированной $p_v=0,05$

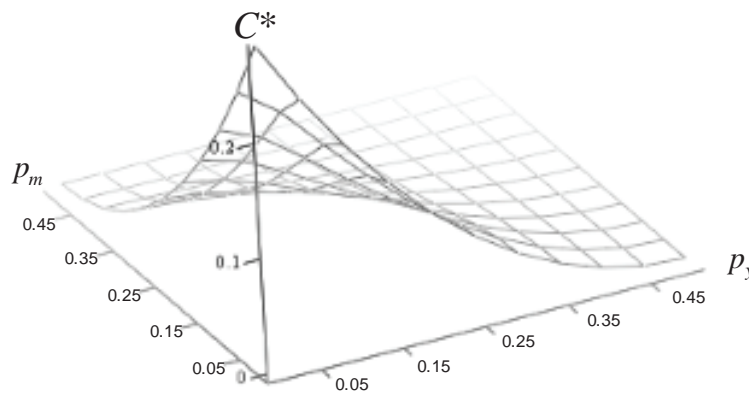


Рис. 5. График зависимости C^* от P_y и P_m при фиксированной $p_v = 0,2$

мости $W(X;Y;M;V)$ от $p(x)$ и p_v при различных фиксированных значениях p_y, p_m .

Тогда можно утверждать, что в условиях, когда входные сигналы ДТШВК статистически независимы и равновероятны, обеспечивается максимальная величина средней общей информации $W(X;Y;M;V)$ между ансамблями X, Y, M и V . Корректность этого утверждения подтверждается доказанной теоремой о максимизации средней совместной информации для ДШКБП [10, 11], составляющие каналы которого описываются моделями двоичных ДСК и свойствами ДСК-канала, если входное распределение вероятностей канала ДСК приписывает одинаковые вероятности всем входным символам [9, 10, 28]. Обозначим максимальную величину средней ОИ символом

$W^*(X;Y;M;V)$, тогда выражение для оценки ИС (21) для ДТШВК можно записать в виде:

$$C^* = \max_{\{p(x)\}} W(X;Y;M;V) = W^*(X;Y;M;V). \tag{22}$$

В соответствии с (22) ИС ДТШВК достигается в условиях, когда входные символы канала независимы и равновероятны. С учетом того, что пропускная способность различных ДШВК [10, 25] и ДСК [9, 28] при $t > 2$ достигается при равномерном входном распределении, можно утверждать, что для ТШВК при $t > 2$ ИС достигается при равномерном входном распределении.

Исследуем зависимость ИС канала ДТШВК C^* от вероятностей ошибок в первом, втором и третьем составляющих каналах.

На рисунках 4 и 5 показаны графики зависимости C^* от вероятностей ошибок в первом — p_y и втором — p_m составляющих ДСК каналах ДТШВК, где $p_y, p_m \in [0; 0,5]$ при фиксированных вероятностях ошибок в третьем СК $p_v = 0,05$ и $p_v = 0,2$, соответственно. Из анализа рисунков видно, что C^* достигает своего максимума при отсутствии ошибок в составляющих каналах ДТШВК и любое ухудшение качества составляющего(их) канала(ов) приводит к уменьшению C^* .

Сравнение графиков на рисунках 4 и 5 показывает, что увеличение вероятности p_v также приводит к уменьшению значений оценок ИС ДТШВК. Комплексное влияние оценок вероятностей ошибок в составляющих каналах может привести к тому, что C^* становится равной нулю, даже когда $p_y < 0,5$, $p_m < 0,5$ и $p_v < 0,5$.

Связь с известными результатами

Связь с ранее известными результатами определяется установлением граничных условий функционирования ДТШВК. Так, например, при условии безошибочного приема в первом СК (т.е. при $p_y = 0$) модель ДТШВК переходит в модель третьего двоичного ДШВК $\{X, M, V; p(m/x), p(v/x)\}$, исследованного в [10-12, 25], причем оценка информационной скорости $W(X; Y; M; V)$ будет равна оценке пропускной способности (СИ $F(X; M; V)$) третьего двоичного ДШВК. Если же к этому условию дополнительно задать условие безошибочного приема во втором СК (т.е. при $p_m = 0$), модель ДТШВК переходит в модель третьего двоичного ДСК $\{X, V; p(v/x)\}$, исследованного в [27, 28], причем оценка информационной скорости $W(X; Y; M; V)$ совпадет по значению с оценкой пропускной способности (взаимной информации $I(X; V)$) третьего двоичного ДСК. В силу симметрии подобные утверждения можно констатировать и для других двоичных ДШВК, входящих в состав ДТШВК. С другой стороны, по утверждению 2 вхождение любого(ых) СК в состояние «обрыва канала» [27, 28] непременно приводит к минимальному (нулевому) значению ИС.

Исходя из вышеизложенного, считаем, что полученные оценки ИС ДТШВК могут характеризовать ИС как информационную эффективность исследуемого трехсоставного ШВК, определяющую максимальное количество переданной информации, которое может в себе содержать один канальный символ. Тогда полученные результаты оценок ИС могут определять верхнюю границу скорости помехоустойчивого кода [30, 31] для защиты от ошибок информации при одновременной передаче ее по всем СК ТШВК.

Оценка ИС показала, что улучшение качества составляющего канала приводит к увеличению ИС, а увеличение количества не идеальных СК в рамках ТШВК приводит к уменьшению ИС, что обусловлено ухудшающим влиянием дополнительного СК с ошибками по сравнению с моделью ДШВК.

Заключение

Предложен метод оценки информационной эффективности модели широковещательного канала, включающего три составляющих канала связи. В его основе лежит введенная посредством известного метода соответствия тождеств теории информации с их эквивалентами аддитивной функции теории множеств. Всеобъемлющее описание новой информационной меры (общая информация) позволило измерить количество переданной информации, которое имеет место на входе и выходах исследуемой модели трехсоставного дискретного широковещательного канала без памяти. ОИ представляет собой некоторую часть совместной информации трех ансамблей сообщений и измеряет количество общей информации для четырех ансамблей сообщений.

Представление общей информации в виде случайной величины на совместном ансамбле сообщений канала потребовало определения терминологии частной и средней общей информации. Определены свойства новой ИМ, определяющие тождественность выражений для ОИ четырех ансамблей ТШВК и меры СИ трех выходных ансамблей ТШВК, а также связывающие ИМ ОИ со взаимной информацией выходных ансамблей трех ДШВК, входящих в состав ТШВК. Найдены граничные значения изменения ОИ трехсоставного ШВК. Часть рассмотренных свойств коррелирована с характеристиками информационной меры взаимной информации и СИ [8-13, 25, 27-29].

В целях оценки информационной эффективности ТШВК введена информационная скорость передачи, определяющая максимальное значение средней ОИ, приходящееся на один переданный канальный символ независимо от длины передаваемого сообщения и закона распределения вероятностей на входе канала.

Посредством графоаналитического метода выполнена оценка ИС широковещательного канала. Оценено влияние качества СК на оценки ИС. Дополнительно показаны условия связи полученных оценок с известными результатами исследований широковещательных каналов.

Полученные результаты исследований углубляют известные исследования эффективности различных описанных в литературе моделей ШВК. К ним мож-

но отнести оценки Релеевских [14 – 16], Гауссовских [17 – 19], ухудшающихся [20 – 22] и квантовых [23, 24] ШВК и могут быть рекомендованы разработчикам и исследователям для оценки потенциальных возможностей по передаваемой информации систем связи, включающих ШВК.

Литература

1. H. Boche, G. Janßen, S. Saeedinaeni Universal superposition codes: Capacity regions of compound quantum broadcast channel with confidential messages, 2020, Vol. 61, No. 4, p. 042204. – DOI 10.1063/1.5139622. – EDN ATGXBX.
2. Michael Heindlmaier, Shirin Saeedi Bidokhti Capacity Regions of Two-Receiver Broadcast Erasure Channels With Feedback and Memory. IEEE Transactions on Information Theory, 2018, Volume: 64, Issue: 7, pp. 5042 – 5069.
3. Hon-Fah Chong, Ying-Chang Liang On the Capacity Region of the Parallel Degraded Broadcast Channel with Three Receivers and Three-Degraded Message Sets. IEEE Transactions on Information Theory, 2018, Volume: 64, Issue: 7, pp. 5017 – 5041. DOI: 10.1109/TIT.2016.2606502
4. Narayan Ravi, Sibi Raj B. Pillai, Vinod M. Prabhakaran, Michèle Wigger On the Capacity Enlargement of Gaussian Broadcast Channels With Passive Noisy Feedback Aditya. IEEE Transactions on Information Theory, 2021, Volume: 67, Issue: 10, pp. 6356 – 6367. DOI: 10.1109/TIT.2021.3096639.
5. Sunghyun Kim, Soheil Mohajer, Changho Suh On the Sum Capacity of Dual-Class Parallel Packet-Erasure Broadcast Channels. IEEE Transactions on Communications, 2021, Volume: 69, Issue: 4, pp. 2271 – 2289. DOI: 10.1109/TCOMM.2021.3051392.
6. Michael Heindlmaier, Shirin Saeedi Bidokhti Capacity Regions of Two-Receiver Broadcast Erasure Channels With Feedback and Memory. IEEE Transactions on Information Theory, 2018, Volume: 64, Issue: 7, pp. 5042 – 5069. DOI: 10.1109/TIT.2018.2818736.
7. Long Suo, Jiandong Li, Hongyan Li, Shun Zhang, Timothy N. Davidson Achievable Sum Rate and Degrees of Freedom of Opportunistic Interference Alignment in MIMO Interfering Broadcast Channels. IEEE Transactions on Communications, 2019, Volume: 67, Issue: 6, pp. 4062 – 4073. DOI: 10.1109/TCOMM.2019.2903250.
8. Arun Padakandla, S. Sandeep Pradhan Achievable Rate Region for Three User Discrete Broadcast Channel Based on Coset Codes. IEEE Transactions on Information Theory Year, 2018, Volume: 64, Issue: 4, pp. 2267 – 2297. DOI: 10.1109/TIT.2018.2798669.
9. Nikolaos Pappas, Marios Kountouris, Anthony Ephremides, Vangelis Angelakis Stable Throughput Region of the Two-User Broadcast Channel. IEEE Transactions on Communications Year, 2018, Volume: 66, Issue: 10, pp. 4611 – 4621. DOI: 10.1109/TCOMM.2018.2834943.
10. Остроумов О. А., Синюк А. Д. Пропускная способность широковещательного канала связи // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2019. № 9 (183). с. 33-42. DOI 10.14489/vkit.2019.09.pp.033-042.
11. Синюк А. Д., Тарасов А. А., Остроумов О. А. Метод оценки временной эффективности передачи информации дискретного широковещательного канала связи // Телекоммуникации. 2021. № 7. с. 10-17. DOI 10.31044/1684-2588-2021-0-7-10-17. – EDN JMFKNs.
12. Синюк А. Д., Остроумов О. А. Обратная теорема кодирования дискретного широковещательного канала связи // Информация и космос. 2018. № 3. с. 49-54. – EDN YCMFBB.
13. Синюк, А. Д., Тарасов А. А. Информационные базы открытого сетевого многоключевого согласования // Известия Института инженерной физики. 2022. № 1(63). с. 36-42. – EDN BOJIYN.
14. Kaiming Shen, Reza K. Farsani, Wei Yu Achievable Rates and Outer Bounds for Full-Duplex Relay Broadcast Channel with Side Message. IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT) IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)2019 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), 2019. DOI: 10.1109/ISIT.2019.8849640.
15. Krishnamoorthy Iyer Two Receiver Relay Broadcast Channel with Mutual Secrecy. International Conference on Signal Processing and Communications (SPCOM), 2018, DOI: 10.1109/SPCOM.2018.8724484.
16. Ke Wang, Youlong Wu, Yingying Ma Capacity Region of Degraded Relay Broadcast Channel. IEEE International Symposium on Information Theory, 2018. DOI: 10.1109/ISIT.2018.8437820.
17. Bin Dai, Chong Li, Yingbin Liang, Zheng Ma, Shlomo Shamai Shitz Impact of Action-Dependent State and Channel Feedback on Gaussian Wiretap Channels. IEEE Transactions on Information Theory, 2020, Volume: 66, Issue: 6, pp. 3435 – 3455. DOI: 10.1109/TIT.2020.2967757.
18. Shih-Chun Lin; I-Hsiang Wang Gaussian Broadcast Channels With Intermittent Connectivity and Hybrid State Information at the Transmitter. IEEE Transactions on Information Theory, 2018, Volume: 64, Issue: 9, pp. 6362 – 6383. DOI: 10.1109/TIT.2018.2857803.
19. Ziv Goldfeld, Haim H. Permuter MIMO Gaussian Broadcast Channels With Common, Private, and Confidential Messages. IEEE Transactions on Information Theory, 2019, Volume: 65, Issue: 4, pp. 2525 – 2544. DOI: 10.1109/TIT.2019.2892107.
20. Shirin Saeedi Bidokhti, Michèle Wigger, Aylin Yener Benefits of Cache Assignment on Degraded Broadcast Channels. IEEE Transactions on Information Theory, 2019, Volume: 65, Issue: 11, pp. 6999 – 7019. DOI: 10.1109/TIT.2019.2926714.
21. Shaofeng Zou, Yingbin Liang, Lifeng Lai, H. Vincent Poor, Shlomo Shamai Degraded Broadcast Channel With Secrecy Outside a Bounded Range. IEEE Transactions on Information Theory, 2018, Volume: 64, Issue: 3, pp. 2104 – 2120. DOI: 10.1109/TIT.2018.2791995.
22. Shraga I. Bross Message and Causal Asymmetric State Transmission Over the State-Dependent Degraded Broadcast Channel. IEEE Transactions on Information Theory, 2020, Volume: 66, Issue: 6, pp. 3342 – 3365. DOI: 10.1109/TIT.2020.2983157.
23. H. Qi, K. Sharma, M. M. Wilde Entanglement-assisted private communication over quantum broadcast channels, 2018, Vol. 51, No. 37, p. 374001. DOI 10.1088/1751-8121/aad5f3. – EDN YKPJHV.
24. Farzin Salek, Min-Hsiu Hsieh, Javier Rodríguez Fonollosa Single-Serving Quantum Broadcast Channel With Common, Individualized, and Confidential Messages. IEEE Transactions on Information Theory, 2020, Volume: 66, Issue: 12, pp. 7752 – 7771. DOI: 10.1109/TIT.2020.3013098.
25. Синюк А. Д., Остроумов О. А. Информационная емкость и неопределенность дискретного широковещательного канала связи // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2018. № 8 (170). с. 36-45. DOI 10.14489/vkit.2018.08.pp.036-045.
26. L. Yu, H. Li, W. Li Distortion Bounds for Source Broadcast Problems, 2018, Vol. 64, No. 9, p. 6034-6053. DOI 10.1109/TIT.2018.2854547. – EDN YDIAUY.
27. Yucheng Liu, Parastoo Sadeghi, Fatemeh Arbabjolfaei, Young-Han Kim Capacity Theorems for Distributed Index Coding. IEEE Transactions on Information Theory, 2020, Volume: 66, Issue: 8, pp. 4653 – 4680. DOI: 10.1109/TIT.2020.2977916.
28. G. De Palma New lower bounds to the output entropy of multi-mode quantum Gaussian channels, 2019, Vol. 65, No. 9, p. 5959-5968. – DOI 10.1109/TIT.2019.2914434. – EDN TRPUKY.

29. Sinjuk A. D., Ostroumov O. A. Theorem about key capacity of a communication network // *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy* [Information and Control Systems]. 2018. № 5. pp. 79-87. doi: 10.31799/1684-8853-2018-5-79-87.
30. Kheong Sann Chan, Susanto Rahardja Analysis of the Joint Viterbi Detector/Decoder (JVDD) Over a Coded AWGN/ISI System as an LDPC Alternative. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2019, Volume: 65, Issue: 1, pp. 1 – 9. DOI: 10.1109/TBC.2018.2855646.
31. Ran Averbuch, Neri Merhav Exact Random Coding Exponents and Universal Decoders for the Asymmetric Broadcast Channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2018, Volume: 64, Issue: 7, pp. 5070 – 5086. DOI: 10.1109/TIT.2018.2836668.

INFORMATION RATE OF A THREE-PART BROADCAST COMMUNICATION CHANNEL

Sinjuk A.³, Ostroumov O.⁴,

Abstract

Introduction. *The main task of the communication system functioning is the transmission of information messages to correspondents. The telecommunications system may include various broadcast communication channels. Conditions for maximizing and evaluating information efficiency are not known for all models of broadcast channels. The studies of the broadcast channel, which includes three components of the communication channel according to the criterion of maximizing information efficiency, are being updated.*

Purpose: *of the study is to evaluate the information efficiency of a three-part broadcast communication channel model by introducing an indicator of message transmission information rate.*

Method. *Introduction of a new in information theory information measure of general information of a broadcast channel with three components and study of the proposed measure properties.*

Results. *A model of a broadcast channel, including three components of a communication channel, was proposed and investigated. Terminologically, a new information measure of the broadcast channel model under study is defined, named as general information, which is represented by a random variable on a combined ensemble of four messages at the input and outputs of the channel. The properties of the introduced information measure have been conclusively investigated. Through the new terminology, the channel information rate is defined, which is used as an indicator of information efficiency showing the maximum estimate of the average total information per one transmitted symbol over the broadcast channel, regardless of the length of the transmitted message and the probability distribution law at the channel input. The evaluation of the information indicator by the graphical-analytical method is carried out. An analysis of the estimates and conditions for maximizing the information speed has been made. The binding conditions of the obtained results with known studies of broadcast communication channels various models are shown.*

Practical significance. *The presented results may be useful for specialists to assess the potential for information transmission, synthesized high-performance telecommunication systems, including broadcast communication channels. Discussion: The presented results deepen and expand the known estimates of various broadcast communication channels. Further research is related to the evidence-based information-theoretic evaluation of the effectiveness of the presented model of the broadcast communication channel.*

Keywords: *entropy; mutual information; joint information; an information measure of the common information of the three-part broadcast communication channel; information rate of information transfer; information efficiency.*

References

1. H. Boche, G. Janßen, S. Saeedinaeni Universal superposition codes: Capacity regions of compound quantum broadcast channel with confidential messages, 2020, Vol. 61, No. 4, p. 042204. – DOI 10.1063/1.5139622. – EDN ATGXB.
2. Michael Heindlmaier, Shirin Saeedi Bidokhti Capacity Regions of Two-Receiver Broadcast Erasure Channels With Feedback and Memory. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2018, Volume: 64, Issue: 7, pp. 5042 – 5069.
3. Hon-Fah Chong, Ying-Chang Liang On the Capacity Region of the Parallel Degraded Broadcast Channel with Three Receivers and Three-Degraded Message Sets. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2018, Volume: 64, Issue: 7, pp. 5017 – 5041. DOI: 10.1109/TIT.2016.2606502

3 Alexandr D. Sinjuk, Dr.Sc., Associate Professor, B S. M. Budenniy Military Communication Academy, Saint-Petersburg, Russia. E-mail: eentrop@rambler.ru. ORCID 0000-0003-0608-4359.

4 Oleg A. Ostroumov, Ph.D., B S. M. Budenniy Military Communication Academy, Saint-Petersburg, Russia. E-mail: oleg-26stav@mail.ru. ORCID 0000-0003-1674-6248.

4. Narayan Ravi, Sibi Raj B. Pillai, Vinod M. Prabhakaran, Michèle Wigger On the Capacity Enlargement of Gaussian Broadcast Channels With Passive Noisy Feedback Aditya. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2021, Volume: 67, Issue: 10, pp. 6356 – 6367. DOI: 10.1109/TIT.2021.3096639.
5. Sunghyun Kim, Soheil Mohajer, Changho Suh On the Sum Capacity of Dual-Class Parallel Packet-Erasures Broadcast Channels. *IEEE Transactions on Communications*, 2021, Volume: 69, Issue: 4, pp. 2271 – 2289. DOI: 10.1109/TCOMM.2021.3051392.
6. Michael Heindlmaier, Shirin Saeedi Bidokhti Capacity Regions of Two-Receiver Broadcast Erasures Channels With Feedback and Memory. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2018, Volume: 64, Issue: 7, pp. 5042 – 5069. DOI: 10.1109/TIT.2018.2818736.
7. Long Suo, Jiandong Li, Hongyan Li, Shun Zhang, Timothy N. Davidson Achievable Sum Rate and Degrees of Freedom of Opportunistic Interference Alignment in MIMO Interfering Broadcast Channels. *IEEE Transactions on Communications*, 2019, Volume: 67, Issue: 6, pp. 4062 – 4073. DOI: 10.1109/TCOMM.2019.2903250.
8. Arun Padakandla, S. Sandeep Pradhan Achievable Rate Region for Three User Discrete Broadcast Channel Based on Coset Codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2018, Volume: 64, Issue: 4, pp. 2267 – 2297. DOI: 10.1109/TIT.2018.2798669.
9. Nikolaos Pappas, Marios Kountouris, Anthony Ephremides, Vangelis Angelakis Stable Throughput Region of the Two-User Broadcast Channel. *IEEE Transactions on Communications*, 2018, Volume: 66, Issue: 10, pp. 4611 – 4621. DOI: 10.1109/TCOMM.2018.2834943.
10. Ostroumov O. A., Sinjuk A. D. Propusknaja sposobnost' shirokoveshhatel'nogo kanala svjazi // *Vestnik komp'juternyh i informacionnyh tehnologij*. 2019. № 9 (183). s. 33-42. DOI 10.14489/vkit.2019.09.pp.033-042.
11. Sinjuk A. D., Tarasov A. A., Ostroumov O. A. Metod ocenki vremennoj jeffektivnosti peredachi informacii diskretnogo shirokoveshhatel'nogo kanala svjazi // *Telekommunikacii*. 2021. № 7. s. 10-17. DOI 10.31044/1684-2588-2021-0-7-10-17. – EDN JMFKNS.
12. Sinjuk A. D., Ostroumov O. A. Obratnaja teorema kodirovanija diskretnogo shirokoveshhatel'nogo kanala svjazi // *Informacija i kosmos*. 2018. № 3. s. 49-54. – EDN YCMFBB.
13. Sinjuk, A. D., Tarasov A. A. Informacionnye bazisy otkrytogo setevogo mnogoključevogo soglasovanija // *Izvestija Instituta inženernoj fiziki*. 2022. № 1(63). s. 36-42. – EDN BOJIYN.
14. Kaiming Shen, Reza K. Farsani, Wei Yu Achievable Rates and Outer Bounds for Full-Duplex Relay Broadcast Channel with Side Message. *IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT) IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)2019 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, 2019. DOI: 10.1109/ISIT.2019.8849640.
15. Krishnamoorthy Iyer Two Receiver Relay Broadcast Channel with Mutual Secrecy. *International Conference on Signal Processing and Communications (SPCOM)*, 2018, DOI: 10.1109/SPCOM.2018.8724484.
16. Ke Wang, Youlong Wu, Yingying Ma Capacity Region of Degraded Relay Broadcast Channel. *IEEE International Symposium on Information Theory*, 2018. DOI: 10.1109/ISIT.2018.8437820.
17. Bin Dai, Chong Li, Yingbin Liang, Zheng Ma, Shlomo Shamai Shitz Impact of Action-Dependent State and Channel Feedback on Gaussian Wiretap Channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2020, Volume: 66, Issue: 6, pp. 3435 – 3455. DOI: 10.1109/TIT.2020.2967757.
18. Shih-Chun Lin; I-Hsiang Wang Gaussian Broadcast Channels With Intermittent Connectivity and Hybrid State Information at the Transmitter. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2018, Volume: 64, Issue: 9, pp. 6362 – 6383. DOI: 10.1109/TIT.2018.2857803.
19. Ziv Goldfeld, Haim H. Permuter MIMO Gaussian Broadcast Channels With Common, Private, and Confidential Messages. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2019, Volume: 65, Issue: 4, pp. 2525 – 2544. DOI: 10.1109/TIT.2019.2892107.
20. Shirin Saeedi Bidokhti, Michèle Wigger, Aylin Yener Benefits of Cache Assignment on Degraded Broadcast Channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2019, Volume: 65, Issue: 11, pp. 6999 – 7019. DOI: 10.1109/TIT.2019.2926714.
21. Shaofeng Zou, Yingbin Liang, Lifeng Lai, H. Vincent Poor, Shlomo Shamai Degraded Broadcast Channel With Secrecy Outside a Bounded Range. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2018, Volume: 64, Issue: 3, pp. 2104 – 2120. DOI: 10.1109/TIT.2018.2791995.
22. Shraga I. Bross Message and Causal Asymmetric State Transmission Over the State-Dependent Degraded Broadcast Channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2020, Volume: 66, Issue: 6, pp. 3342 – 3365. DOI: 10.1109/TIT.2020.2983157.
23. H. Qi, K. Sharma, M. M. Wilde Entanglement-assisted private communication over quantum broadcast channels, 2018, Vol. 51, No. 37, p. 374001. DOI 10.1088/1751-8121/aad5f3. – EDN YKPHJV.
24. Farzin Salek, Min-Hsiu Hsieh, Javier Rodríguez Fonollosa Single-Serving Quantum Broadcast Channel With Common, Individualized, and Confidential Messages. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2020, Volume: 66, Issue: 12, pp. 7752 – 7771. DOI: 10.1109/TIT.2020.3013098.
25. Sinjuk A. D., Ostroumov O. A. Informacionnaja emkost' i neopredelennost' diskretnogo shirokoveshhatel'nogo kanala svjazi // *Vestnik komp'juternyh i informacionnyh tehnologij*. 2018. № 8 (170). s. 36-45. DOI 10.14489/vkit.2018.08.pp.036-045.
26. L. Yu, H. Li, W. Li Distortion Bounds for Source Broadcast Problems, 2018, Vol. 64, No. 9, p. 6034-6053. DOI 10.1109/TIT.2018.2854547. – EDN YDIAUY.
27. Yucheng Liu, Parastoo Sadeghi, Fatemeh Arbabjolfaei, Young-Han Kim Capacity Theorems for Distributed Index Coding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2020, Volume: 66, Issue: 8, pp. 4653 – 4680. DOI: 10.1109/TIT.2020.2977916.
28. G. De Palma New lower bounds to the output entropy of multi-mode quantum Gaussian channels, 2019, Vol. 65, No. 9, p. 5959-5968. – DOI 10.1109/TIT.2019.2914434. – EDN TRPUKY.
29. Sinjuk A. D., Ostroumov O. A. Theorem about key capacity of a communication network // *Informatsionno-upravliaiushchie sistemy [Information and Control Systems]*. 2018. № 5. pp. 79-87. doi: 10.31799/1684-8853-2018-5-79-87.
30. Kheong Sann Chan, Susanto Rahardja Analysis of the Joint Viterbi Detector/Decoder (JVDD) Over a Coded AWGN/ISI System as an LDPC Alternative. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2019, Volume: 65, Issue: 1, pp. 1 – 9. DOI: 10.1109/TBC.2018.2855646.
31. Ran Averbuch, Neri Merhav Exact Random Coding Exponents and Universal Decoders for the Asymmetric Broadcast Channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2018, Volume: 64, Issue: 7, pp. 5070 – 5086. DOI: 10.1109/TIT.2018.2836668.

